Manual de Nivelación de Quinto Semestre Matemáticas

Departamento de Servicios Educativos

Unidad Académica

Agosto, 2020

Matemáticas

Contenido

Magnitudes y Unidades 3

Plano cartesiano y lugar geométrico. 8

Gráficas de funciones 14

Funciones Algebraicas 20

Funciones Trascendentes. 26

Problemas con Funciones 31

Evaluación. 37

Matemáticas

Magnitudes y Unidades

Aprendizajes esperados

- Reconocer las magnitudes físicas que se utilizan en la vida cotidiana.
- Recordar la conversión de Unidades.

Para observar la transversalidad de **matemáticas** con otras asignaturas se presenta a continuación la utilización de las operaciones con los números reales:

La **magnitud** se define como todo aquello que puede ser medido, por ejemplo, la longitud, la masa, el tiempo etc.

Medir es comparar una magnitud con otra de la misma especie.

Unidad de medida es toda magnitud de valor conocido y perfectamente definido que se usa como referencia para medir y expresar el valor de otras magnitudes de la misma especie.

Existen varios Sistema de Unidades de los cuales se explicarán a continuación:

Sistema Internacional de Unidades

El Sistema Internacional (SI) se basa en el MKS cuyas iniciales corresponden a metro, kilogramo y segundo. Este sistema considera las siguientes magnitudes: longitud, masa, tiempo, temperatura termodinámica, intensidad de corriente eléctrica, intensidad luminosa y la cantidad de sustancia.

Unidades básicas en el SI

Magnitud	Nombre	Símbolo
longitud	metro	m
masa	kilogramo	kg
tiempo	segundo	s
temperatura termodinámica	kelvin	K
intensidad de corriente eléctrica	ampere	A
intensidad luminosa	candela	cd
cantidad de sustancia	mol	mol

Sistema Inglés de Unidades

Este Sistema es ampliamente utilizado en Estados Unidos de América, sin embargo, por la relación comercial que tiene este país con México, es importante conocer sobre ello. Las magnitudes utilizadas por este sistema son longitud, masa y volumen.

Sistema CGS

El sistema Cegesimal o CGS utiliza la longitud, gramo y segundo.

Magnitudes fundamentales y Derivadas

Una magnitud fundamental es aquélla que no se puede definir y medir empleando otras cantidades más sencillas.

Una magnitud derivada es la que se mide y se define a partir de las cantidades fundamentales. Resultan de multiplicar o dividir entre sí las magnitudes fundamentales.

Magnitudes fundamentales y derivadas			
Magnitud	**SI**	**CGS**	**Inglés**
Longitud	Metro (m)	Centímetro (cm)	Pie
Masa	Kilogramo (kg)	Gramo (g)	Libra(lb)
Tiempo	Segundo (s)	Segundo (s)	Segundo (s)
Área o superficie	m^2	cm^2	pie^2
Volumen	m^3	cm^3	pie^3
Velocidad	m/s	cm/s	pie/s
Aceleración	m/s^2	cm/s^2	pie/s^2
Fuerza	Kg m/s^2 =newton	g cm/s^2 = dina	Libra pie/s^2=poundal
Trabajo y energía	Nm = joule	dina cm=ergio	poundal pie
Presión	N/m^2 = pascal	$dina/cm^2$ = baria	$poundal/pie^2$
Potencia	Joule/s =watt	ergio/s	poundal pie/s

Matemáticas

Conversión de Unidades

En nuestra vida cotidiana se hace necesario convertir unidades de un sistema a otro. Para ello debemos obtener el factor de conversión por el cual una magnitud física deberá multiplicarse.

La siguiente tabla representa las equivalencias de las unidades de longitud, masa y volumen.

TABLA DE CONVERSIONES

Longitud	Masa	Tiempo	Energía y Potencia
1Km= 1000 m 1Hm= 100m 1Dm= 10m 1m= 10 dm 1m= 100 cm 1m = 1000 mm 1m = 10^{10} Å 1m = 10^{6} micras 1m = 3,281 pies 1m = 39,37 plg 1m = 1,094 yd 1milla= 1609 m 1milla= 5280 pies 1 pie= 30,48 cm 1 pie= 0,3048 m 1 pie= 12 plg 1 yd (yarda)= 3 pies 1 yd (yarda)= 36 plg 1 yd = 0,914 m	1Tn(ton)= 1000kg 1Tn(ton)= 29 qq 1 qq = 45 kg 1 qq = 100 Lb 1 qq = 4 @ 1 @ = 25 Lb 1 @ = 11,5 kg 1 oz = 28,35 g 1Lb = 16 oz (onza) 1Lb = 454 g 1 kg = 2,205 Lb 1 kg = 1000 g 1 g = 1000 mg (mili) 1 utm = 9,81 kg 1 utm = 21,62 lb 1 slugs = 14,59 kg 1 slugs = 2,1739 lb	1h = 60 min 1h = 3600 s 1 min= 60 s 1 día = 24 h 1 mes = 30 días 1 año = 365 días 1 parsec = 5años 1 siglo = 100 años 1 Década = 10 años	Energia 1 Joule = 10^{7} Ergios 1 Kwh = $3{,}6_x10^{6}$ J 1 cal = 4,186 J 1 Kcal = 1000 cal 1 BTU= 252 cal Potencia 1 Kw = 1000 w 1Hp=1,014 CV 1Hp= 746 w 1CV = 736 w
Volumen	**Fuerza**	**Presión**	**Área**
1 m^3 = 1000 lt 1 Lt = 1000 ml 1 Lt = 1000 cm^3(cc) 1 Lt = 1dm^3 1 ml = 1 cm^3 1 galón = 3,785 lt 1 Barril = 159 lt 1 Barril = 42 gal	1 N = 10^{5} Dinas 1 Kgf = 9,8 N 1 Kp = 1 Kgf 1 Lbf = 4,448 N	1atm =760 mmHg 1atm= $101{,}3_x10^{3}$ Pa 1atm = 14,7 PSI 1 bar = 10^{5} Pa 1 PSI = 1Lbf/$pulg^2$ 1 bar = 0,987 atm	1 Há = 10000 m^2

Un ejemplo utilizando la tabla antes mencionada se muestra a continuación:

Convertir 5 km a metros.

Solución:

1. Buscar en la tabla de equivalencias cuántos metros equivalen a un kilómetro
   1 km------1000m

2. Ubicando las unidades de medida respectivamente, utilizamos una regla de tres (tema visto en matemáticas I)

Matemáticas

1 km------1000m

5 km------ X

Multiplicamos 5 x 1000 y luego lo dividimos entre 1

El resultado es 5000 m

MANOS A LA OBRA

Instrucciones: Lee cuidadosamente y resuelve los siguientes problemas.

1. El diámetro de los discos compactos es de 10 centímetros ¿A cuánto equivale en milímetros?

2. El radio de la Tierra es de 6370 km, ¿A cuántos metros equivale?

3. Doña Silvia se llevó 3.5 kg de carne de res para cocinar un rico Chocolomo para servirle a su esposo José. Pero a ella le gusta jugar con las conversiones por lo que se hizo la pregunta ¿A cuánto equivale en libras los kilogramos de carne que compré? Ayuda a doña Silvia a contestar su pregunta.

4. Jorge es un estudiante de Preparatoria que todos los días sale a correr en el parque durante 120 minutos ¿Cuántas horas corre a la semana que va a clase?

5. El papá de Cristina aprovechando el Buen Fin del año compra una pantalla de televisión de 26 pulgadas. Al llegar a la casa la niña le pregunta ¿cuál es la longitud en centímetros de la pantalla? Ayuda al papá de Cristina a responder la pregunta.

Matemáticas

Al finalizar, repórtalo con el docente para tu retroalimentación. Se recomienda corregir los errores para tener un mejor aprendizaje.

"ÉXITO"

Para seguir aprendiendo sobre este tema te sugerimos las siguientes ligas:

https://es.khanacademy.org/math/cc-fifth-grade-math/imp-measurement-and-data-3/imp-unit-conversion/v/ordering-metric-distances

https://es.khanacademy.org/math/cc-fifth-grade-math/imp-measurement-and-data-3/imp-unit-conversion/v/ordering-metric-distances

https://es.khanacademy.org/math/cc-fifth-grade-math/imp-measurement-and-data-3/imp-unit-conversion/a/metric-units-of-mass-review

https://es.khanacademy.org/math/cc-fifth-grade-math/imp-measurement-and-data-3/imp-unit-conversion/a/metric-units-of-length-review

https://es.khanacademy.org/math/cc-fifth-grade-math/imp-measurement-and-data-3/imp-unit-conversion/a/metric-units-of-volume-review

Matemáticas

Plano cartesiano y lugar geométrico.

Aprendizajes esperados

- Ubica en el plano en distintos cuadrantes y localizan puntos en los ejes y los cuadrantes mediante sus coordenadas.
- Caracteriza y distingue a los lugares geométricos según sus disposiciones y sus relaciones

Plano cartesiano.

El **Plano Cartesiano** es una herramienta muy útil en muchas actividades diarias. Sirve como referencia en un plano cualquiera; por ejemplo, el plano (o el suelo) de nuestra ciudad. Lo inventó el filósofo y matemático *René Descartes 1596-1650.*

El plano cartesiano está determinado por dos rectas perpendiculares a las que se les llama eje de coordenadas. La recta horizontal se llama abscisa (eje de la x) y la recta vertical se llama ordenada (eje de las y).

Se utiliza para **representar gráficamente** funciones matemáticas **y ecuaciones de geometría analítica**. También permite representar relaciones de movimiento y posición física.

Como sabes, el plano cartesiano se constituye por el cruce de dos ejes de coordenadas, o sea, dos líneas rectas infinitas dividiendo así el plano en cuatro cuadrantes, que son:

- **Cuadrante I**, en la región superior derecha, en donde pueden representarse valores positivos en cada eje de coordenadas.

Matemáticas

- **Cuadrante II**, en la región superior izquierda, en donde pueden representarse valores positivos en el eje *y* pero negativos en el *x*.
- **Cuadrante III**, en la región inferior izquierda, en donde pueden representarse valores negativos en ambos ejes.
- **Cuadrante IV**, en la región inferior derecha, en donde pueden representarse valores negativos en el eje *y* pero positivos en el *x*.

La representación gráfica se presenta a continuación:

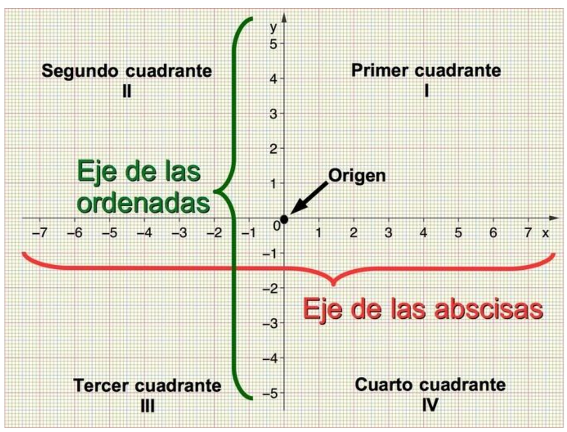


Fig.1. Plano cartesiano

Para ubicar puntos en el plano cartesiano, se parte del punto de origen (punto de intersección de la abscisa y ordenada) primero se ubica la abscisa y luego la ordenada, dando como resultado una *coordenada*, ejemplo:

Ubicación del punto A (-3,1)

Matemáticas

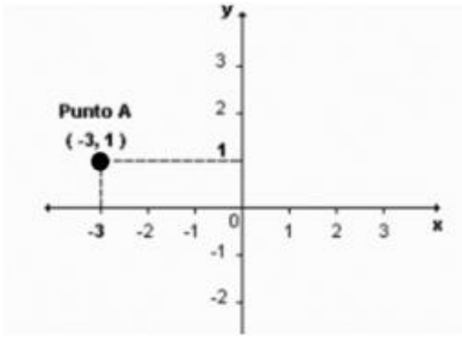


Fig. 2. Ubicación del punto en el plano cartesiano

Debes considerar que en el plano cartesiano existen varias figuras que se pueden formar entre ellas se encuentran los lugares geométricos.

Lugar geométrico es el conjunto de puntos que cumplen una propiedad dada.

Algunos ejemplos son los siguientes:

La Bisectriz de dos rectas es el **lugar geométrico** de los puntos que equidistan de sus lados.

La Circunferencia de centro C y radio r es el **lugar geométrico** de los puntos cuya distancia al centro es r.

La elipse es el **lugar geométrico** de los puntos tales que la suma de su distancia a dos puntos fijos, los focos, es una constante equivalente a la longitud del eje mayor de la elipse.

La parábola es el **lugar geométrico** de los puntos cuya distancia a un foco equivale a su distancia a una recta llamada directriz.

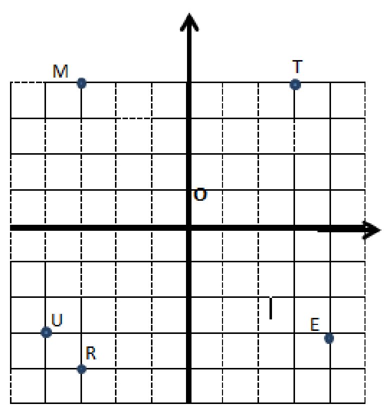
Matemáticas

La hipérbola es el **lugar geométrico** de los puntos tales que el valor absoluto de la diferencia entre sus distancias a dos puntos fijos, los focos, es igual a una constante (positiva), que equivale a la distancia entre los vértices.

MANOS A LA OBRA

Instrucciones: Realiza los siguientes ejercicios:

a) Relaciona los siguientes puntos según sus coordenadas en el plano cartesiano.



1. M	a. (3, 4)
2. E	b. (-4, -3)
3. R	c. (4, -3)
4. T	d. (-3, 4)
5. U	f. (-3, -4)

b) Un punto se mueve de tal manera que su distancia al origen es siempre igual ¿De qué lugar geométrico se está hablando?

c) Lugar geométrico que representa los puntos P (x, y) equidistantes de A (2,2) y B (6, -8)

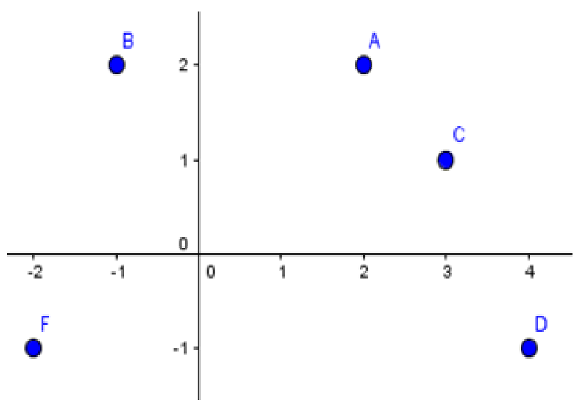
Matemáticas

d) Un segmento rectilíneo de longitud 6 se mueve de tal manera que uno de sus extremos pertenece siempre en el eje x y el otro extremo en el eje y, hallar la ecuación del lugar geométrico del punto medio de dichos segmentos.***

e) Los puntos A (3, 1), B (5,7), C (8, 9) y D (x, y) son vértices de un paralelogramo. Halle la coordenada del punto D.

f) En un plano cartesiano un segmento AB tiene como punto medio (-4, -2), si el extremo A es (-5, 6), determina las coordenadas el punto B.

g) Utilizando el siguiente plano cartesiano, escribe las coordenadas de los puntos ubicados.



Punto	Coordenadas
F	
D	
C	
B	
A	

Matemáticas

Al finalizar, repórtalo con el docente para tu retroalimentación. Se recomienda corregir los errores para tener un mejor aprendizaje.

"ÉXITO"

Para seguir aprendiendo sobre este tema te sugerimos las siguientes ligas:

- ✓ https://es.khanacademy.org/math/basic-geo/basic-geo-coord-plane/coordinate-plane-4-quad/e/coordinate-plane-word-problems
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/eb-3-semestre-bachillerato-nme/x4b655b3cb9bfe4eb:geometria-en-el-plano-cartesiano/quiz/x4b655b3cb9bfe4eb:geometria-en-el-plano-cartesiano-quiz-3?modal=1

Matemáticas

Gráficas de funciones

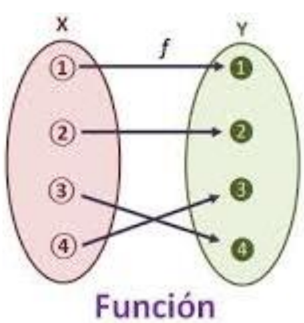
<u>Aprendizajes esperados</u>

- Reconoce cuando la gráfica representa una función.
- Encuentra dominio y rango de funciones.

Función: En matemáticas se puede expresar la relación entre dos variables (la independiente llamada x y la dependiente llamada y) por medio de una expresión algebraica llamada función, la cual debe de cumplir lo siguiente: cada valor de x debe estar relacionado con un único valor de y. También se define como una regla de correspondencia que a cada elemento del dominio le corresponde <u>uno y solamente uno</u> del contradominio o rango.

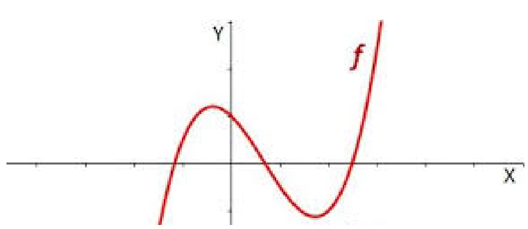
Existen varias formas de representar una función, por ejemplo:

a) Diagramas



Observa que en este diagrama x es el dominio e y la imagen.

b) Gráficas



A cada elemento del dominio(x) le corresponde un y solamente uno del contradominio(y).

c) Expresión algebraica
$f(x) = 3x + 5, \quad g(x) = x^2 + 2x - 1$

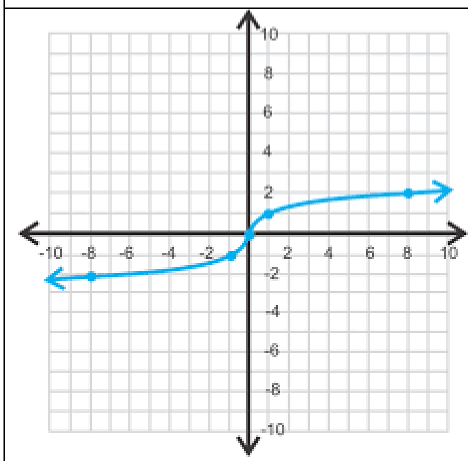
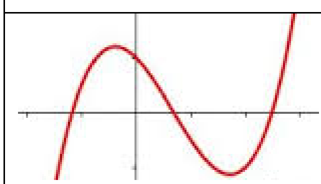
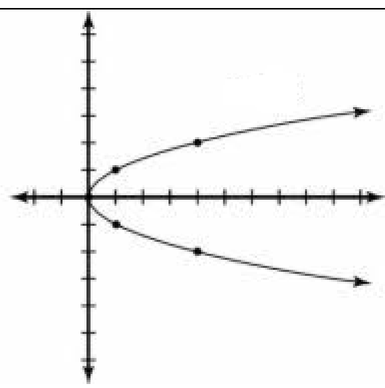
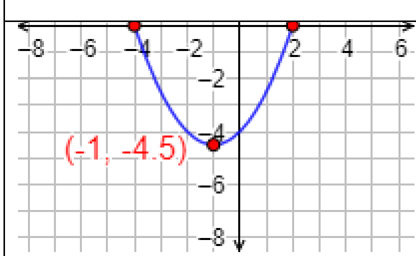
Se te presenta el siguiente diagrama donde puedes observar la clasificación de funciones que existen.

$$Funciones \begin{cases} Algebraicas \begin{cases} Potencias \begin{cases} Polinómica \begin{cases} Función\ constante \\ Función\ lineal \\ Función\ cuadrática \\ \ldots \end{cases} \\ Racionales \end{cases} \\ Radicales \end{cases} \\ Trascendentes \begin{cases} Trigonométrica \\ Exponencial \\ Logarítmica \end{cases} \end{cases}$$

Al observar una gráfica primero debes saber si representa una función, si es afirmativo puedes determinar su dominio e imagen. Cabe recalcar que el dominio de todas las funciones polinomiales son todos los números reales (R).

Recuerda que el dominio se simboliza: D_f; y la imagen se simboliza:I_f.

Por ejemplo:

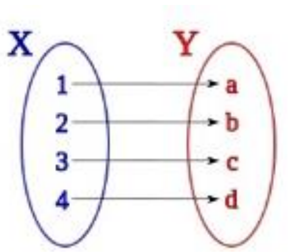
Gráfica	¿Es función?	Dominio e imagen
	Si	$D_f = R$ $I_f = R$.
	Si	$D_f = R$ $I_f = R$
	No	
	Si	$D_f = [-4, 2]$ $I_f = [-4.5, 0]$

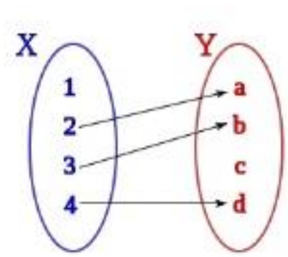
Matemáticas

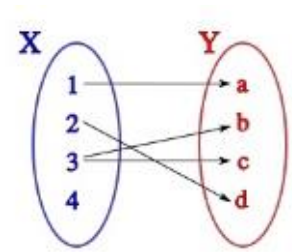
MANOS A LA OBRA

Instrucciones: Identifica cuáles de los siguientes diagramas o gráficas son funciones. Si es afirmativo encuentra su dominio e imagen.

a)

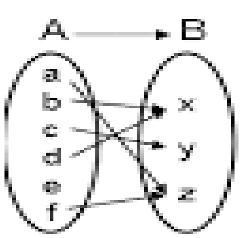


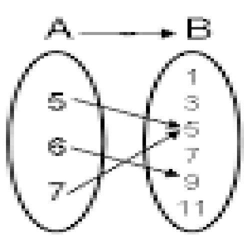


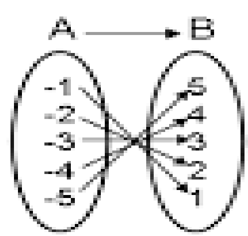


____________________ ____________________ ____________________

b)



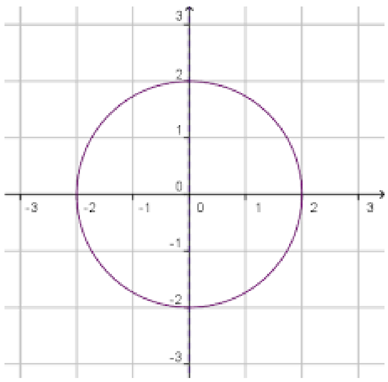




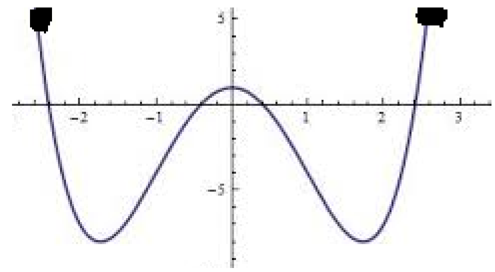
____________________ ____________________ ____________________

Matemáticas

C)

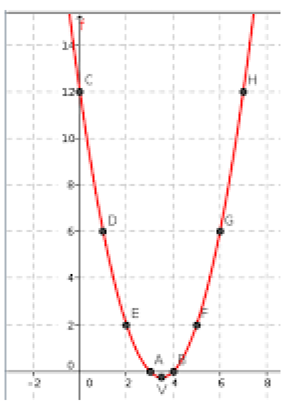


d)

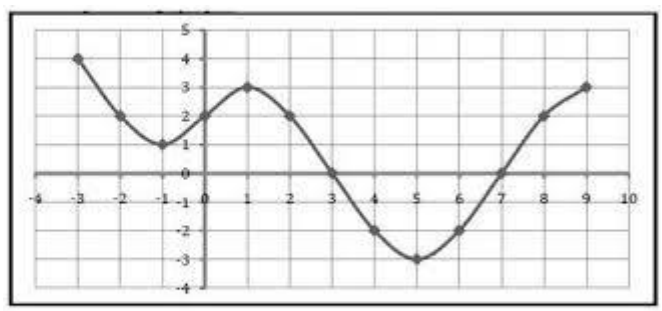


______________________ ______________________________

e)



f)



_________________________ _____________________________

Al finalizar, repórtalo con el docente para tu retroalimentación. Se recomienda corregir los errores para tener un mejor aprendizaje.

“ÉXITO”

Matemáticas

Para seguir aprendiendo sobre este tema te sugerimos las siguientes ligas:

- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:functions
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:functions/x2f8bb11595b61c86:evaluating-functions/v/what-is-a-function
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:functions/x2f8bb11595b61c86:evaluating-functions/e/evaluate-functions-from-their-graph

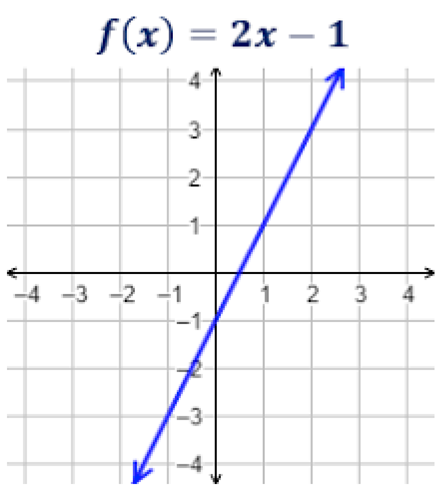
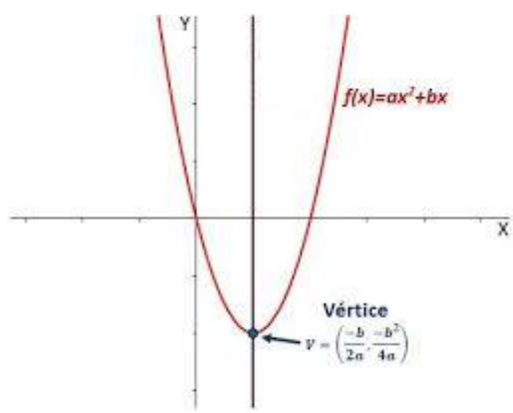
Matemáticas

Funciones Algebraicas

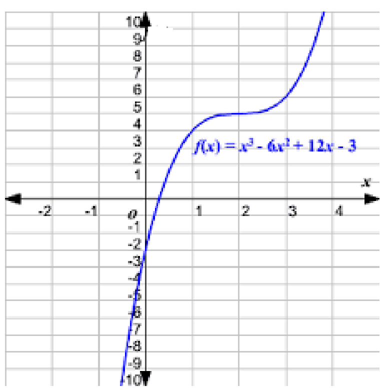
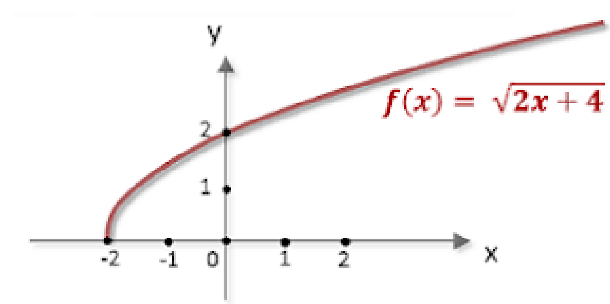
Aprendizajes esperados

- Representa los diversos tipos de gráficas que implican las funciones: raíz cuadrada, racional, valor absoluto con sus respectivos dominios y rangos.

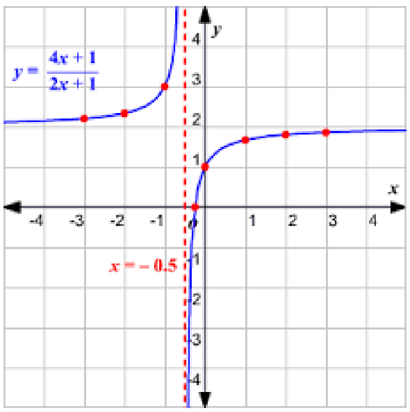
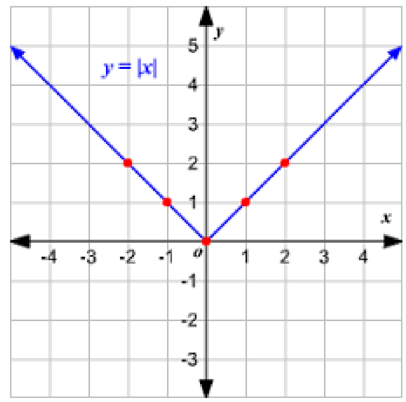
Ya sabes identificar cuando una gráfica es función, ahora estudiaremos distintos tipos de funciones con sus respectivas características.

Función Lineal	**Función cuadrática.**
$\boldsymbol{f(x) = mx + b}$ Dominio: todos los reales(R) Imagen: todos los reales(R)	$\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$ Dominio: todos los reales(R) Imagen: Depende del vértice de la función. $\boldsymbol{V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)}$
Ejemplo de gráfica 	**Ejemplo de gráfica** 

Matemáticas

Función cúbica	**Función radical**
$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ Dominio: todos los reales(R) Imagen: todos los reales(R) **Ejemplo de gráfica** 	$f(x) = \sqrt{mx + b}$ Dominio: **<u>Todos</u> <u>los números que NO hagan</u> <u>negativa</u>** la expresión dentro del radical si es raíz par. Imagen: Observar el comportamiento de a gráfica. **Ejemplo de gráfica** 
Función racional	**Función valor absoluto**
$f(x) = \dfrac{p(x)}{q(x)}$ Dominio: **<u>Todos</u> *<u>los números que NO</u> <u>hagan</u> <u>cero el denominador.</u>*** Imagen: Observar el comportamiento de a gráfica.	$f(x) = \lvert x \rvert$ $\lvert x \rvert = \begin{cases} x & si\ \ x \geq 0 \\ -x & si\ \ x < 0 \end{cases}$ Todos los valores del valor absoluto de una función deben ser positivos.

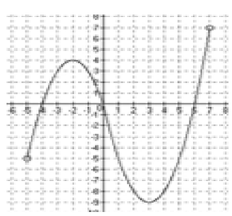
Matemáticas

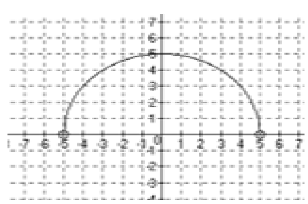
Ejemplo de gráfica	Ejemplo de gráfica
	

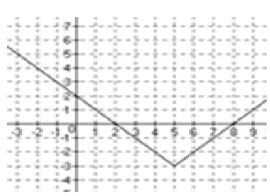
MANOS A LA OBRA

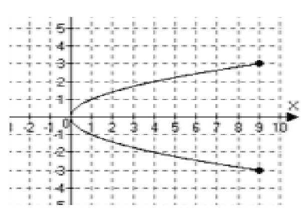
Instrucciones: Con base al contenido visto, realiza los siguientes ejercicios.

1) Dada la función $F(x) = \sqrt{25 - x^2}$, ¿cuál de las siguientes gráficas la representa?


Gráfica A


Gráfica B


Gráfica C


Gráfica D

Matemáticas

2) Dominio de la función $f(x) = \frac{3x}{4+x^2}$.

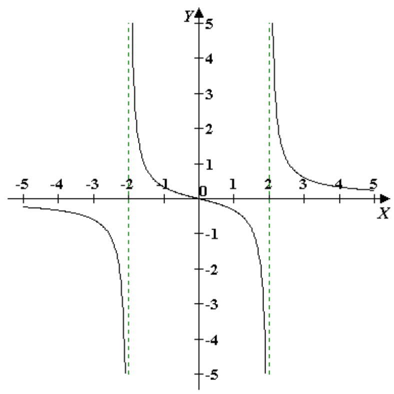
3) Función que le pertenece a la gráfica

a) $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$

b) $f(x) = \frac{2x}{x^3-4}$

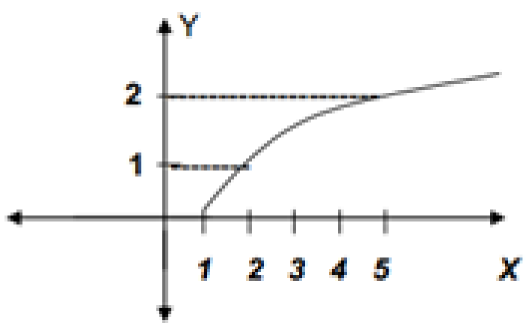
c) $f(x) = \frac{x}{x^2+4}$

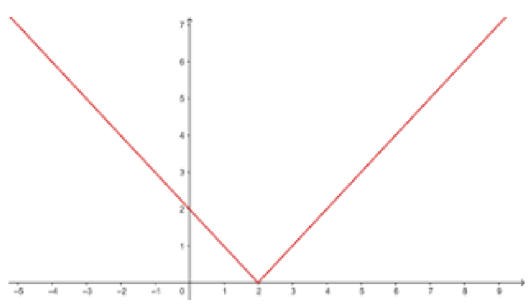
d) $f(x) = \frac{x}{x^2+2x}$



4) El dominio y el rango de la función $f(x) = \sqrt{2-x}$

5) Dominio y rango de las siguientes gráficas:



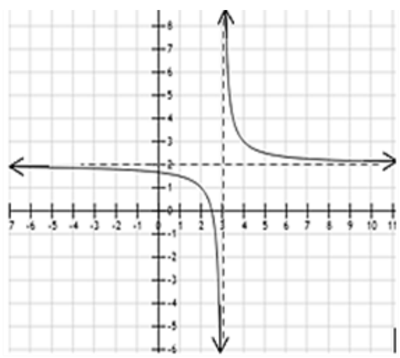


Matemáticas

6) Dominio de la siguiente función

$$f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^2 - 1}$$

7) Rango de la siguiente función



8) El Dominio y Rango de la función algebraica

$$f(x) = x^2 + x + 6$$

Al finalizar, repórtalo con el docente para tu retroalimentación. Se recomienda corregir los errores para tener un mejor aprendizaje.

“ÉXITO”

Para seguir aprendiendo sobre este tema te sugerimos las siguientes ligas:

- ✓ https://es.khanacademy.org/math/cc-eighth-grade-math/cc-8th-linear-equations-functions/linear-nonlinear-functions-tut/v/recognizing-linear-functions
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/cc-eighth-grade-math/cc-8th-linear-equations-functions/linear-nonlinear-functions-tut/e/linear-non-linear-functions
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:quadratic-functions-equations/x2f8bb11595b61c86:quadratic-forms-features/a/graphing-quadratics-review

Matemáticas

- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-radical-eq-func/alg-graphs-of-radical-functions/e/graphs-of-radical-functions
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-radical-eq-func/alg-graphs-of-radical-functions/a/match-the-formula-of-a-radical-function-to-its-graph

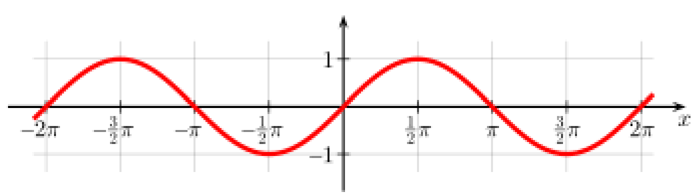
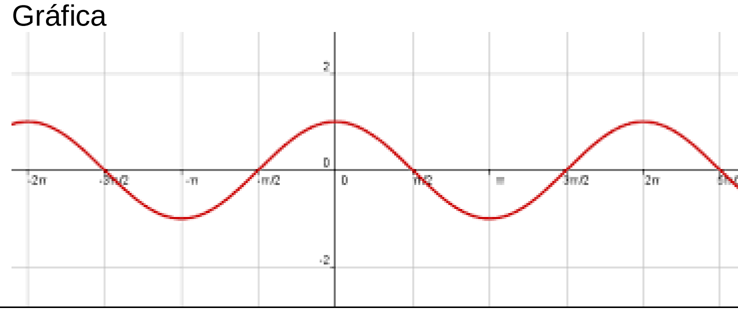
Funciones Trascendentes.

Aprendizajes esperados

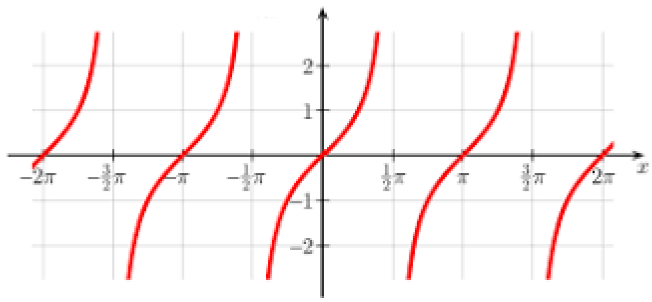
- Representa los diversos tipos de gráficas que implican las funciones con sus respectivos dominios y rangos.
- Emplea las funciones trascendentes.

Función trascendente. Es una función que no satisface una ecuación polinomial cuyos coeficientes sean a su vez polinomios; esto contrasta con las funciones algebraicas, las cuales satisfacen dicha ecuación. En otras palabras, una función trascendente es una función que trasciende al álgebra en el sentido que no puede ser expresada en términos de una secuencia infinita de operaciones algebraicas de suma, resta y extracción de raíces. Una función de una variable es trascendente si es independiente en un sentido algebraico de dicha variable. Entre éstas funciones se pueden mencionar las siguientes: Trigonométricas, exponenciales y logarítmicas.

A continuación, se presentan las siguientes funciones:

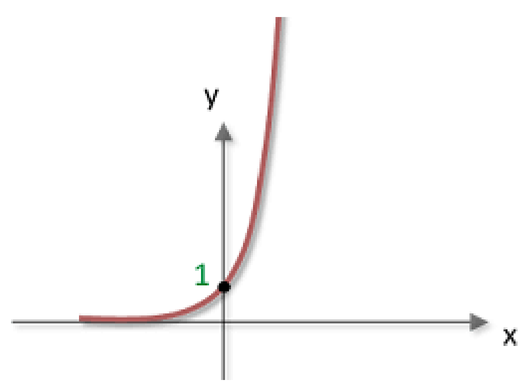
Funciones Trigonométricas	
Seno $\boldsymbol{f(x) = Sen(x)}$ Dominio: Todos los números reales. Rango: [-1, 1]	Gráfica 
Coseno $\boldsymbol{f(x) = Cos(x)}$ Dominio: Todos los números reales. Rango: [-1, 1]	Gráfica 

Matemáticas

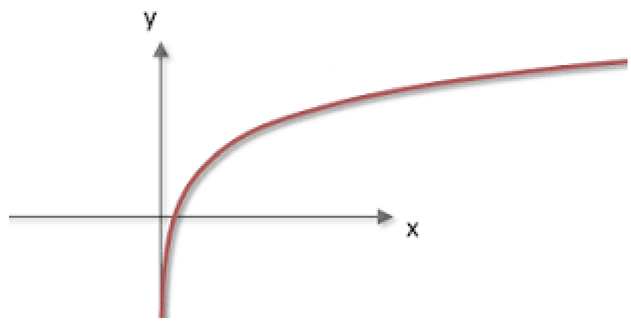
Funciones Trigonométricas	
Tangente $\boldsymbol{f(x) = Tan(x)}$ Dominio: *Todos los números para los cuales* $\boldsymbol{Cosx}$ *NO es cero.* $\mathbb{R} - \left\{ (\boldsymbol{2n+1}) \left(\frac{\boldsymbol{\pi}}{\boldsymbol{2}} \right) \right\}$ **con** $\boldsymbol{n} \in \mathbb{Z}$**.** Rango: $\mathbb{R}$	Gráfica 

Las funciones antes mencionadas además de Dominio e Imagen, también tienen amplitud y periodo. La **Amplitud**-Indica cual será el valor máximo y mínimo de la gráfica, y **Periodo** indica cada cuanto se repite la gráfica, el periodo podría encontrarse dividiendo 2π entre el coeficiente de x. En general, el periodo de $f(x) = Sen(bx)$ es $\frac{2\pi}{b}$

Actividad. *Investiga la amplitud y periodo de las funciones trigonométricas, comenta tus respuestas con tu profesor.*

Función exponencial	
Definición: Una **función exponencial** es una **función** que se representa con la ecuación f(x) = e^x, en la cual la variable independiente (x) es un exponente. $\boldsymbol{f(x) = e^x}$ Dominio: Todos los números reales Rango:(0, +∞)	Gráfica 

Matemáticas

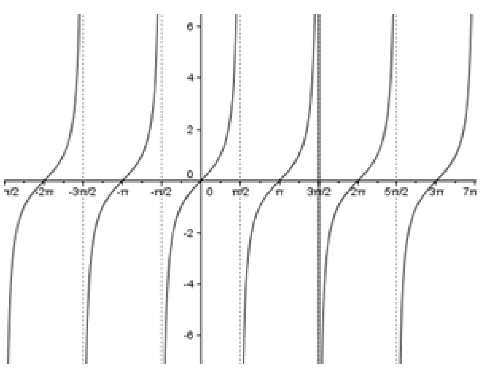
Función logarítmica	
Definición: Una **función logarítmica** es la inversa de la **función** exponencial $y=b^x$ $\boldsymbol{f(x) = ln(x)}$ Dominio: Todos *los números que NO hagan negativo el argumento.* Rango:$\mathbb{R}$	Gráfica 

Estas dos últimas funciones se utilizan mayormente en estudio de la población.

MANOS A LA OBRA

Instrucciones: Refuerza tus conocimientos resolviendo los siguientes ejercicios:

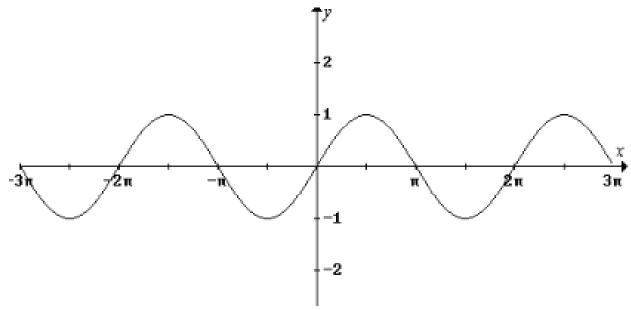
1. Función a la que pertenece la imagen presentada:



____

Matemáticas

2. Periodo y amplitud de la siguiente función.



3. Dominio de la función $f(x) = log(3 - 2x)$

4. Dominio de la función $f(x) = e^{2x}$

5. Rango de la siguiente función: $f(x) = ln(x + 2)$

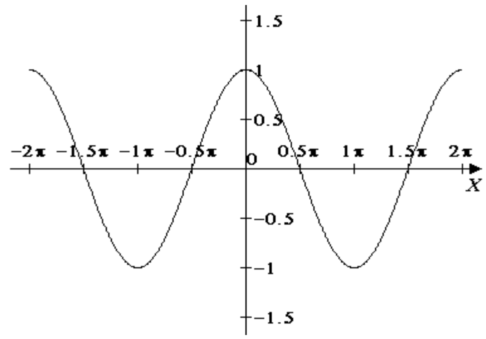
6. Grafica la función $f(x) = e^{x} + 2$, encuentra el dominio y la imagen.

7. Rango de la función $f(x) = 5\ cosx$

8. ¿Cuál es el periodo de la función y = *sen* (4x)?

Matemáticas

9. ¿Cuál es la función, dominio, rango, amplitud y periodo de la siguiente gráfica?



Al finalizar, repórtalo con el docente para tu retroalimentación. Se recomienda corregir los errores para tener un mejor aprendizaje.

“ÉXITO”

Para seguir aprendiendo sobre este tema te sugerimos las siguientes ligas:

- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-exp-and-log
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-exp-and-log/alg-radicals/v/introduction-to-square-roots
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-exp-and-log/alg-introduction-to-rational-exponents-and-radicals/v/basic-fractional-exponents
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-exp-and-log/alg-rational-exponents-and-the-properties-of-exponents/v/simplifying-exponent-expression-with-division
- ✓ https://es.khanacademy.org/math/algebra-home/alg-trig-functions/alg-unit-circle-definition-of-trig-functions/v/matching-ratios-trig-functions

Matemáticas

Problemas con Funciones

Aprendizajes esperados

- Soluciona problemas utilizando distintos tipos de funciones.

En este apartado emplearás distintos tipos de funciones para resolver problemas. En primera debes identificar los datos que presenta el problema, éste primer paso es de suma importancia ya que con ello emplearás para encontrar solución a lo solicitado.

Por ejemplo:

1) La función $f(x) = -2x^2 + 80x + 300$ modela la ganancia (en mies de pesos) que obtiene una empresa de ropa al producir x camisas con dibujos (en miles). Arriba de cierta cantidad, los costos de producción hacen que las ganancias disminuyan. ¿Para qué producción se obtendrá la ganancia máxima, y cuál será esta?

Solución:

Tenemos que es una función cuadrática, por lo que su gráfica representa una parábola, también conocemos que el coeficiente de x^2 es negativo, por lo tanto la gráfica abre hacia abajo, entonces para solucionar este problema es calcular el vértice de la parábola.

Recordando que el vértice esta dado como: $\boldsymbol{V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)}$

Encontrando:

$$-\frac{b}{2a} \longrightarrow -\frac{80}{2(-2)} = \mathbf{20}$$

$$\boldsymbol{f\left(-\frac{b}{2a}\right) = f(20)}$$

Evaluando en la función:

$\boldsymbol{f(20) = -2(20)^2 + 80(20) + 300}$

$\boldsymbol{f(20) = 1100}$

$\boldsymbol{V(20, 1100)}$

Como el problema habla de *miles* entonces tenemos lo siguiente: x=20(1000)=20000 camisas, se obtiene la ganacia máxima de y=1100(1000)=$1`100,000.

2) En enero del 2000 adquiriste un automóvil en $65, 000. Si cada año su valor disminuye en un 13%, ¿Cuánto valdrá en el año 2007?

Solución:

Cada año e automóvil vale sólo el 87%(o bien 0.87) del valor anterior (dado que el valor se reduce 13% cada año). Usando el modelo de decaimiento exponencial tenemos:

$$f(x) = 65000(0.87)^x$$

Tomando x=0 corresponde al año 2000.

Sin embargo, el problema solicita el año 2007 por lo que x=7 entonces nos queda:

$$f(7) = 65000(0.87)^7$$

$$f(7) = 24521.56$$

Por lo tanto, el valor del automóvil en el año 2007 es $24521.56

3) La función $f(x) = \frac{240x+1400}{14x+14}$ representa el porcentaje de residuos de hidrocarburo que permanece en el mar después de ocurrir un derrame en un buque cisterna transportador de petróleo,(x el tiempo en meses) y de efectuarse durante cuatro meses las tareas de recuperación y limpieza por parte de la empresa responsable. Transcurrido ese tiempo, el proceso continúa más lentamente por la acción natural de los procesos de biodegradación. ¿Qué porcentaje de residuos de petróleo queda al concluir el cuarto mes de la operación de limpia?

Solución:

Tenemos la función que corresponde al porcentaje, y nos indican el tiempo transcurrido (en meses). Sustituyendo:

$$f(4) = \frac{240(4) + 1400}{14(4) + 14}$$

$$f(4) = 33.71$$

Por lo tanto, tenemos que el porcentaje solicitado es de 33.71%

4. Antonio va a comprarse un teléfono móvil y está estudiando la oferta de dos compañías distintas. La compañía A le ofrece pagar $0,2 por el establecimiento de la llamada y $0,15 por cada minuto de llamada. La compañía B le ofrece pagar $0,5 por el establecimiento de la llamada y $0,05 por cada minuto de llamada.

Calcula:

Representar la función del costo de una llamada en cada una de las compañías.

Solución:

En la compañía A, por cada llamada, se pagan $0,2 más $0,15 por cada minuto.

Por tanto, el costo de una llamada en función del número x de minutos es

$$f(x) = .2 + 0.15x$$

En la compañía B, el costo es de establecimiento es de $0,5 y el costo por cada minuto es de $0,05. Por tanto, la función del costo es

$$g(x) = .5 + 0.05x$$

Observamos que la solución son funciones lineales.

MANOS A LA OBRA

Instrucciones: Refuerza tus conocimientos resolviendo los siguientes problemas.

1. Un automóvil de cierta marca tuvo un costo en la agencia de $1450000 y se deprecia a un ritmo de 10% anual. ¿Cuál será el valor de reventa seis años después de su compra original? ¿Y a los 10 años?

2. El conteo inicial de bacterias en un cultivo es de 500. Posteriormente, un biólogo hace un nuevo conteo de la muestra y encuentra que la tasa relativa de crecimiento es de 40% por hora.

   i. Obtener una fórmula para calcular el número $n(t)$ de bacterias después de t horas.
   ii. ¿Cuál es el conteo estimado después de 5 horas?
   iii. Trazar la gráfica

Matemáticas

3. Un taxi cobra \$5.00 el banderazo (cuando aborda el pasajero) y \$0.90 por cada 200 metros que recorra. Si un pasajero aborda dicho taxi y realiza un recorrido desde plaza Altabrisa, hasta el Kukulcán recorriendo un total de 15 kilómetros, ¿Cuánto pagará el pasajero?

4. Se estudiaron los efectos nutricionales sobre ratas que fueron alimentadas con una dieta que contenía 10% de proteína. La proteína consistía en levadura y harina de maíz. Variando el porcentaje **P** de levadura en la mezcla de proteína, se estimó que el peso promedio ganado (en gramos) de una rata en un periodo fue de f(P) donde

   $f(P) = -P^2 + 2P + 20$ Encuentre el máximo peso ganado.

5. La altura sobre el suelo de una pelota arrojada al aire, verticalmente, está dada por $s = 112t^2 - 16t$ donde t se da en segundos y s en pies. ¿Cuál es la altura a los 1.5 min?

6. Desde la última vez que se compró la cajita feliz de Mc Donald, hace 6 semanas, éstas aumentaron su precio de \$35 a \$38. Suponiendo que el incremento en el precio fue lineal. ¿Cuál función modela esta situación?

7. En las ciencias administrativas se define la utilidad U(x) como la diferencia entre ingreso y el costo total de producción. Si tenemos que la función de ingreso es I(x)=8x+500 y la función de costo total es C(x)=3x+200 entonces ¿U(x)=?

Matemáticas

8. La Susana Internacional tiene una función que muestra la ganancia diaria de la venta de salbutes, la cual es $S(x) = x^2 - 5x - 2$, ¿cuál es la ganancia al vender 40 salbutes?

Al finalizar, repórtalo con el docente para tu retroalimentación. Se recomienda corregir los errores para tener un mejor aprendizaje.

ÉXITO”

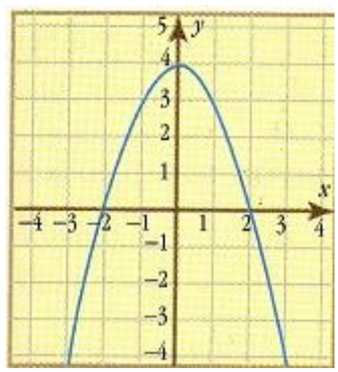
Matemáticas

Evaluación.

Instrucciones: Lee con atención cada reactivo, abajo de cada uno encontrarás las opciones con las letras A, B, C y D. Selecciona la opción que corresponda a la respuesta correcta. Justifica cada respuesta con tu procedimiento.

1. ¿Cuál es la función que representa la siguiente gráfica?

A) $f(x) = x^2 + 4$
B) $f(x) = x^2 - 4$
C) $f(x) = -x^2 + 4$
D) $f(x) = -x^2 - 4$



2. En el contrato anual de renta de una maquinaria se cobra \$500 de depósito y \$75 de renta semanal. Halla la expresión algebraica que describe el pago que se realiza al hacer el contrato.

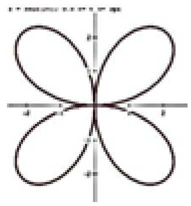
A) $f(x) = 500 - 75x$
B) $f(x) = 500 + 75x^2$
C) $f(x) = 75x - 500$
D) $f(x) = 500 + 75x$

3. Determina el vértice de $f(x) = -x^2 + 8x + 10$ e indica si es mínimo o máximo

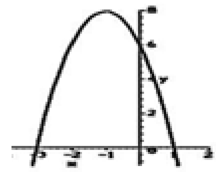
A) V (4,26) y es mínimo
B) V (4,26) y es máximo
C) V (-4, -6) y es mínimo
D) V (58,-4) y es máximo

4. ¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a una función?

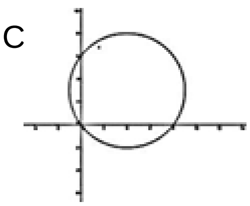
A)



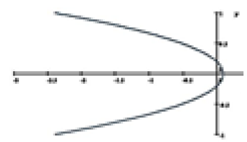
B)



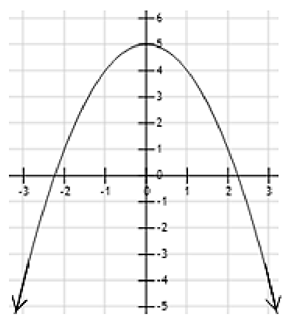
C



D)



5. El dominio y el rango de la siguiente gráfica que representa a una función

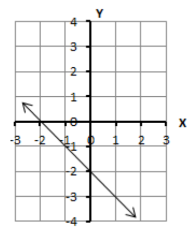


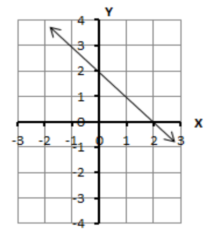
A) $Df = \mathbb{R} \quad \wedge \quad Rf = \mathbb{R}$
B) $Df = \mathbb{R} \quad \wedge \quad Rf =$ [5, ∞)
C) $Df = \mathbb{R} \quad \wedge \quad Rf =$ (-∞, 5]
D) $Df = \mathbb{R} \quad \wedge \quad Rf =$ [-5, 5)

Matemáticas

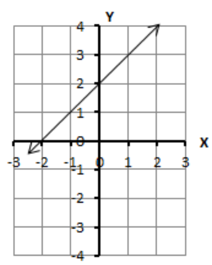
6. La gráfica de $\mathrm{f(x)} = \mathrm{x} + 2$ es:

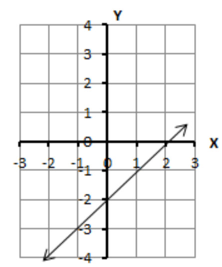
A)





C





7. El dominio de la función $f(x) = \frac{1}{x-7}$

A) $D_f = R - \{0\}$
B) $D_f = R - \{7\}$
C) $D_f = R - \{-7\}$
D) $D_f = R$

8. El dominio de la función $f(x) = \sqrt{x+10}$

A) $D_f = [-10, +\infty)$
B) $D_f = [\ 10, +\infty)$
C) $D_f = (-\infty, -10]$
D) $D_f = (-\infty, 10]$

Matemáticas

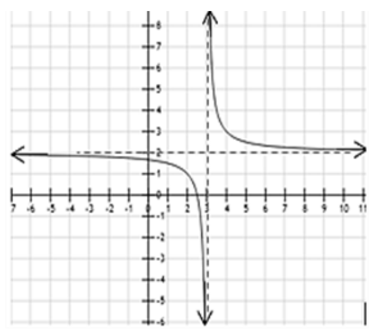
9. Imagen de la función $f(x) = x^2 - 8x + 10$

A) $[-6, +\infty)$
B) $(-\infty, 6\,]$
C) $todos\ los\ reales$
D) $(-\infty, -\,6\,]$

10. Dominio de la función $f(x) = log(3 - 2x)$

A) $[-\infty, 3/2)$
B) $(3/2, +\infty,]$
C) $(-\infty, 3/2)$
D) $[3/2, +\infty\,]$

11. El rango de la función representada por la figura es:



A) $\mathbb{R}$
B) $\mathbb{R} - \{2\}$
C) $\mathbb{R} - \{3\}$
D) $\mathbb{R} - \{2, 3\}$

12. Dominio de la función $f(x) = \frac{4x^2}{x^2 + 4x}$.

A) $\mathbb{R}$-$\{4\}$
B) $\mathbb{R} - \{-2, 2\}$
C) $\mathbb{R} - \{0, 4\}$
D) $\mathbb{R} - \{0, -4\}$

Matemáticas

13. Una compañía vende ***x*** artículos a un precio ***p*** c/u. Sus ingresos son **I = *p x***, donde *p* = 600 – 5x. A la compañía le cuesta C = 8000 + 75x producir ***x*** artículos. Sabiendo que las utilidades son U = I – C, la expresión que representa dichas utilidades es

A) U(*x*) = 675 x – $5x^2$ + 8000

B) U(*x*) = 8600 – 70x

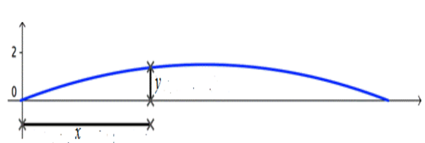
C) U(*x*) = 600 x – $5x^2$

D) U(*x*) = 525 x – $5x^2$ – 8000

14. A pesar de que el césped sintético del campo de un estadio es aparentemente plano, su superficie tiene la forma de una parábola. Esto es para que la lluvia resbale hacia los lados. Si tomamos la sección transversal del campo, la superficie puede ser modelada por la función:

$$f(x) = -0.0035(x-40)^2 + 5.6$$

donde *x* es la distancia desde la izquierda del campo y *f(x)* es la altura del campo. El ancho del campo es

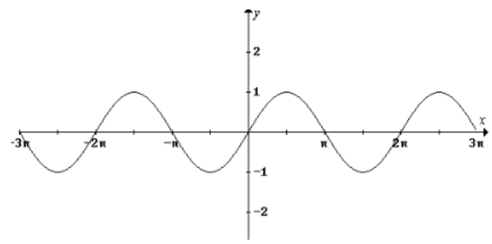


A) $60\ metros$
B) $70\ metros$
C) $80\ metros$
D) $90\ metros$

Matemáticas

15. ¿A cuál de las siguientes funciones pertenece la gráfica?

A) $seno$
B) $coseno$
C) $tangente$
D) e^x



Al finalizar, repórtalo con el docente para tu retroalimentación. Se recomienda corregir los errores para tener un mejor aprendizaje.

"ÉXITO"